1.-Relatividad de la simultaneidad

INTRODUCCIÓN

1 Uno de los resultados mejor conocidos y celebrados de la teoría especial de la relatividad es la relatividad de la simultaneidad: dos sucesos simultáneos en un sistema de referencia inercial pueden no serlo en otro sistema que se mueva con relación al primero. No lo son si los sucesos ocurren en puntos separados una distancia mayor que cero en la dirección del movimiento relativo. La diferencia de tiempo entre dos relojes no sincronizados suele llamarse diferencia de fase en la sincronización.

2 Después de revisar una veintena de libros de texto clásicos y modernos sobre la teoría de la relatividad especial se llega inmediatamente a la conclusión de que no todos sus autores deducen la misma diferencia de fase en la sincronización. Esa diferencia puede aparecer expresada en términos del tiempo propio de RF_o o en términos del tiempo propio de RF_v

3 Sean e_1 y e_2 dos sucesos simultáneos en su sistema de referencia propio RF_o cuyas coordenadas espacio temporales son (x_{o1}, t_{o1}) y (x_{o2}, t_{o2}) respectivamente. Obviamente tendremos $t_{o1} = t_{o2}$. Sean (x_{v1}, t_{v1}) and (x_{v2}, t_{v2}) las coordenadas espacio temporales de e_1 y e_2 en un sistema de referencia inercial RF_v desde el cual RF_o se mueve con una velocidad v en la dirección de x_{o1} a x_{o2}. La transformación

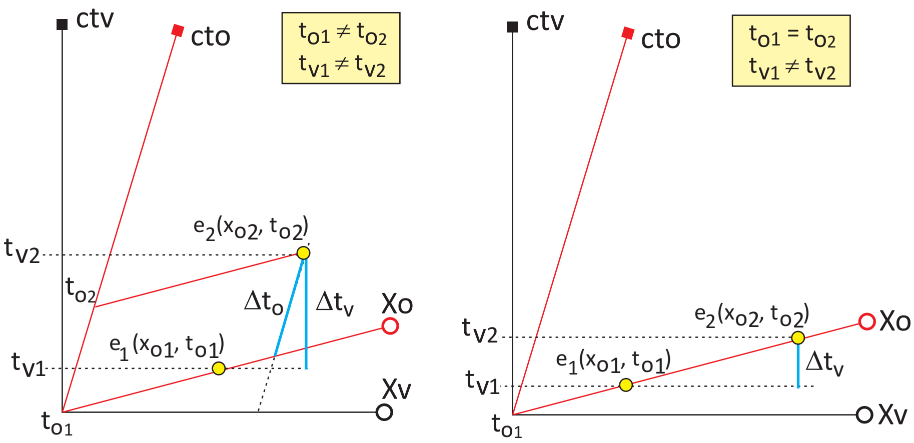

Figure 1.1: Izquierda: los sucesos e_1 y e_2 no son simultáneos ni en RF_o ni en RF_v. Derecha: Dos sucesos e_1 y e_2 simultáneos en su sistema propio de referencia RF_o que no son simultáneos en otro sistema de referencia RF_v.

de Lorentz nos permite escribir:

$$t_{v1} = \left(t_{o1} + \frac{vx_{o1}}{c^2}\right)\gamma \tag{1}$$

$$t_{v2} = \left(t_{o2} + \frac{vx_{o2}}{c^2}\right)\gamma \tag{2}$$

Restando la primera ecuación de la segunda y teniendo en cuenta que $t_{o1} = t_{o2}$ tendremos:

$$t_{v2} - t_{v1} = \left(t_{o2} + \frac{vx_{o2}}{c^2}\right)\gamma - \left(t_{o1} + \frac{vx_{o1}}{c^2}\right)\gamma \tag{3}$$

$$= \left(t_{o2} - t_{o1} + \frac{vx_{o2}}{c^2} - \frac{vx_{o1}}{c^2}\right)\gamma \tag{4}$$

$$= \frac{(x_{o2} - x_{o1})v\gamma}{c^2} \tag{5}$$

$$= \frac{L_o v\gamma}{c^2} \tag{6}$$

donde $L_o = x_{o2} - x_{o1}$ es la longitud propia del segmento $x_{o1}x_{o2}$. Como se indicó más arriba, el tiempo $\frac{L_o v \gamma}{c^2}$ se puede contraer por un factor γ^{-1} para compensar la dilatación del tiempo en RF_o y expresar la falta de sincronicidad en términos de los relojes propios de RF_o, tal como son vistos desde RF_v:

$$t_{v2} - t_{v1} = \frac{L_o v}{c^2} \tag{7}$$

4 La relatividad de la simultaneidad se explica típicamente con la ayuda de dos fotones que se mueven en direcciones opuestas en un espacio cerrado (RF_o) como un laboratorio, un tren o una nave espacial: ambos fotones empiezan a moverse en el mismo instante y desde la misma posición, el centro del laboratorio; pero mientras uno se mueve hacia la izquierda el otro lo hace hacia la derecha. Los instantes en los cuales ambos fotones alcanzan sus respectivos destinos, por ejemplo las paredes izquierda y derecha del laboratorio, son analizados desde la perspectiva de dos sistemas inerciales diferentes, el sistema inercial propio de los fotones RF_o y cualquier otro sistema de referencia inercial RF_v desde el cual RF_o se mueve en una dirección paralela a la trayectoria de los fotones. Se prueba entonces que mientras que en RF_o ambos fotones llegan a su destino al mismo tiempo, en RF_v no ocurre lo mismo.

5 En lugar de fotones, en la próxima discusión haremos uso de la máquina de bolas deslizantes (SBM1) representada en la figura 1.2. SBM1 consiste en dos bolas, $B1$ y $B2$, que se deslizan (como las cuentas de un ábaco) sobre dos alambres horizontales y paralelos, arrastradas por una cuerda tensa e inelástica atada a cada bola en los extremos opuestos de su diámetro horizontal paralelo al alambre sobre el que está insertada, tal como se muestra en la figura. Cada cuerda se divide en un conjunto de sucesivas marcas blancas y negras, todas ellas de la misma longitud propia.

6 Como también se muestra en la figura, un motor E hace cada cuerda ruede alrededor de tres poleas fijas y de tal forma que las sucesivas marcas verticales blancas y negras de sus respectivas secciones centrales pasen siempre alineadas, lo que garantiza que las

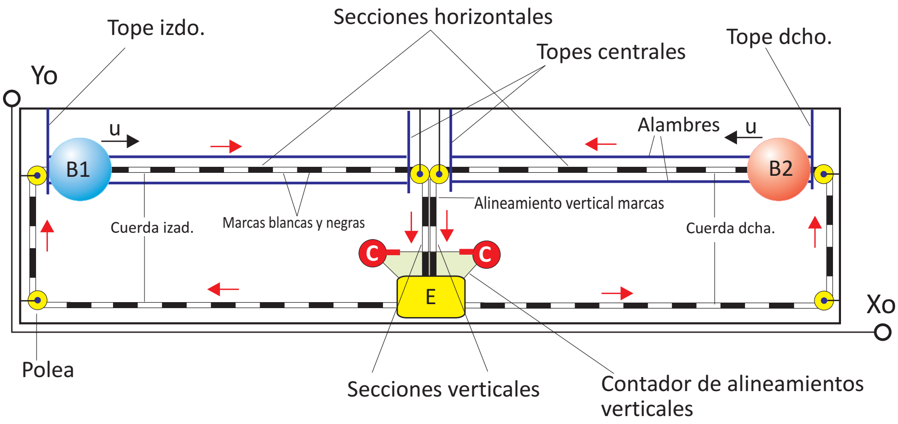

Figure 1.2: La máquina de las bolas deslizantes. Nótese que las marcas verticales siempre están alineadas, lo que asegura que la cuerda de la izquierda y la de la derecha giran a la misma velocidad.

dos cuerdas ruedan a la misma velocidad, aunque una de ellas en el sentido de las agujas del reloj y la otra en el sentido contrario. Como consecuencia de estas rotaciones $B1$ y $B2$ se deslizan sobre los alambres en direcciones opuestas y con la misma velocidad que las marcas de la cuerda.

7 Finalmente, un contador cuenta el número de alineamientos verticales de la marcas blancas y negras de la cuerda al pasar por la línea horizontal DD definida por los detectores D cerca del motor E (véase la Figura 1.2). Este contaje proporciona una manera de medir la velocidad de las bolas que es independiente del movimiento relativo de la máquina.

8 El motor también está sujeto a una restricción mecánica: funciona sólo si la tensión de cada cuerda es constante a lo largo de toda su longitud. En este sentido, se podría argumentar que la noticia de una diferencia en la tensión mecánica en alguna parte de la cuerda tarda un cierto tiempo en llegar a los sensores correspondientes y al motor. Bien pero tras ese tiempo la noticia será recibida y el motor detendrá

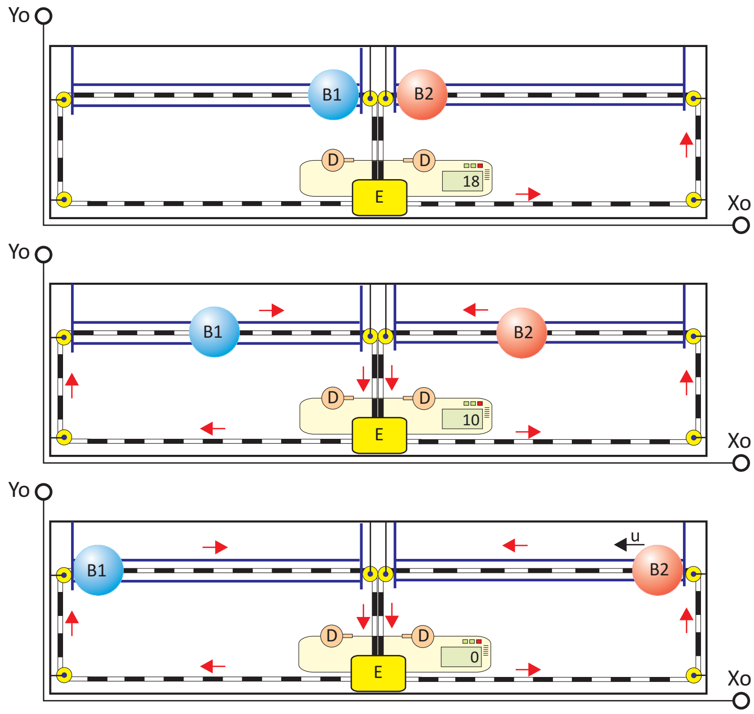

Figure 1.3: Tres instantáneas del funcionamiento de *SBM*1.

la máquina.

9 Empezaremos analizando el movimiento de las bolas desde la perspectiva de RF_o, el sistema de referencia propio de la máquina. La posición inicial de $B1$ será el tope izquierdo de la máquina, mientras que la posición inicial de $B2$ será el tope derecho de la misma. Las bolas entonces avanzan hacia los topes centrales con una misma velocidad constante u[1]. En consecuencia, y siendo L_o la distancia que cada bola ha de recorrer, después de un tiempo $t_o = L_o/u$ las dos bolas alcanzan simultáneamente los topes centrales. El motor E invierte entonces su rotación haciendo que las cuerdas se mueven en la

[1]Puesto que son irrelevantes para nuestra discusión, no tendremos en cuenta los tiempos empleados en aceleraciones y desaceleraciones.

dirección opuesta tirando de las bolas hacia sus posiciones iniciales con la misma velocidad constante u. Tras un tiempo $t_o = L_o/u$ cada bola recupera su posición inicial y comienza un nuevo ciclo.

10 Analicemos ahora analizar el movimiento de $B1$ y $B2$ desde la perspectiva RF_v, un sistema de referencia inercial que coincide con RF_o en el instante $t = 0$, y desde que RF_o se mueve de izquierda a derecha, en dirección de X_o, con una velocidad v. No estamos interesados aquí en la velocidad relativa de las bolas con respecto a RF_v sino en la velocidad de las bolas dentro de la máquina, tal como se calcula en RF_v: contando el número de marcas de la sección vertical. Analizaremos solo el movimiento de las bolas hacia los topes centrales.

11 De acuerdo con la transformación de Lorentz, en RF_v:

1. Las secciones horizontales de cada cuerda tienen la misma longitud, aunque están contraídas por un factor γ^{-1}. Por tanto $B1$ recorre la misma distancia $\gamma^{-1}L_o$ que $B2$.
2. Las secciones verticales de cada cuerda tienen la misma longitud que en RF_o.
3. Como en RF_o, las marcas verticales blancas y negras de la sección central de cada cuerda se ven siempre alineadas.
4. Como en RF_o, $B1$ y $B2$ llegan simultáneamente a los topes centrales de la máquina.
5. Contrariamente a RF_o, aquí las bolas $B1$ y $B2$ no empiecen a moverse simultáneamente: $B1$ comienza a moverse un RF_v-tiempo $\Delta t_v = \gamma L_o v/c^2$ antes que $B2$.

12 En RF_v (lo mismo que en RF_o) la alineación de las marcas verticales de la sección central de cada cuerda sólo puede significar que ambas cuerdas se mueven con exactamente la misma velocidad. De lo contrario al menos una de las cuerdas se movería con velocidades diferentes en distintas partes y por tanto su tensión mecánica no sería constante a lo largo de su longitud, causando la parada de la máquina. En consecuencia, en R_v ambas bolas $B1$ y $B2$ también tienen que moverse dentro de la máquina con la misma velocidad. Esta velocidad se puede calcular fácilmente a partir del número vertical de alineamientos contados por el contador.

13 Ahora bien, si $B1$ y $B2$ recorren la misma distancia (secciones horizontales de cada cuerda) a la misma velocidad y llegan a su destino en el mismo instante, entonces no pueden empezar a moverse en instantes diferentes.

14 The observers in RF_v would have to conclude the lack of simultaneity they measure in RF_o can only be apparent, as was apparent the contraction of the cord in the case of the sliding pulley (Chapter **??**) or the bending of a rod partially submerged in water.

15 Puesto que el comportamiento aparente de la máquina va en contra de las leyes de la mecánica, los observadores de RF_v también deberían concluir que no pueden utilizar sus distorsionadas observaciones sobre diferencias de fase en la sincronización para obtener conclusiones mecánicas sobre lo que sucede en RF_o. Por simetría, también deberían concluir que sus observaciones sobre contracciones de distancias, dilataciones del tiempo e incrementos de la masa con el movimiento relativo no pueden ser utilizadas para obtener conclusiones sobre lo que sucede en RF_o.

16 Los observadores de RF_v podrían concluir también que la falta de simultaneidad no es siquiera aparente, sino un artefacto teórico que resulta de describir y medir magnitudes discretas por medio de instrumentos (tóricos) analógicos.

17 Un argumento similar al anterior se aplicaría al el movimiento inverso de las bolas desde los topes centrales hasta sus correspondientes topes laterales. La conclusiones sobre la falta de simultaneidad serían también las mismas. En este caso las dos bolas comienzan a moverse en el mismo instante, recorren la misma distancia a la misma velocidad y, sin embargo, no alcanzan su destino en el mismo instante. La máquina se podría girar un ángulo de 180º de modo que se intercambien las posiciones de $B1$ y $B2$ y la de sus respectivas cuerdas. Las conclusiones serían de nuevo las mismas.

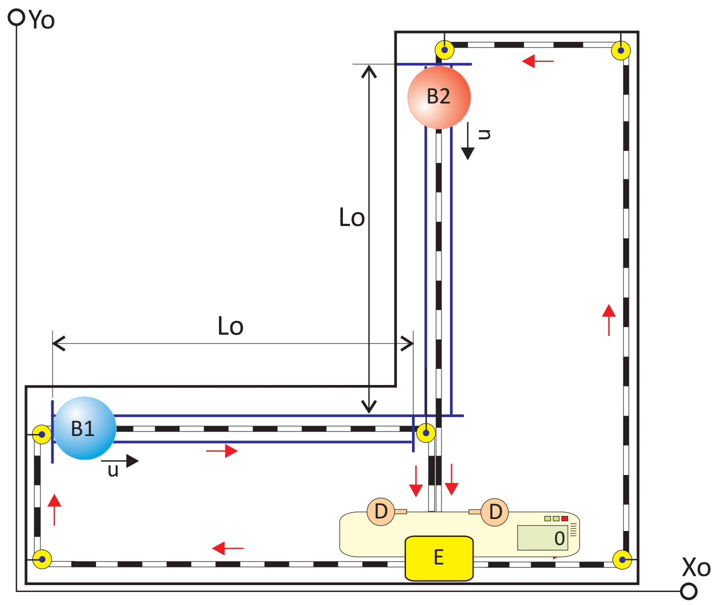

Figure 1.4: La máquina *SBM*2 es similar a la máquina *SBM*1, aunque en este caso las bolas *B*1 y *B*2 se mueven en direcciones ortogonales.

18 La máquina de bolas deslizante (*SBM*2) que se muestra en la figura 1.4 plantea algunos problemas adicionales. En esta máquina se mueven *B*1 y *B*2 se mueven en direcciones ortogonales la misma distancia y a la misma velocidad que en el caso de *SBM*1. En el sistema de referencia propio de *SBM*2 los resultados son los mismos que en el caso de *SBM*1, pero en RF_v, que se mueve en la dirección de X_o, los observadores concluirán que:

1. *B*2 atraviesa una distancia L_o mayor que la distancia $\gamma^{-1}L_o$ atravesada por *B*1.

2. *B*1 empieza a moverse un tiempo $\gamma vL_o/c^2$ before *B*2 begins also to move.

3. *B*1 y *B*2 se mueven dentro de la máquina con la misma velocidad, como se deduce inmediatamente contando el número de alineamientos verticales.

4. *B*1 y *B*2 terminan sus viajes en el mismo instante.

Como en el caso de *SBM*1 estas conclusiones son imposibles: *B*2 tendría que atravesar una distancia mayor que la distancia atravesada por *B*1 a la misma velocidad que *B*1 y en menos tiempo que *B*1.

Bibliography