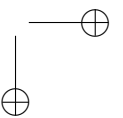
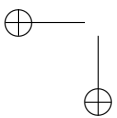
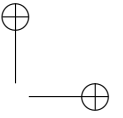
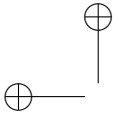


**Part I**

Hacia un  
paradigma digital



## 1.-Digital versus analógico

... es muy difícil incluso para los pensadores más osados abandonar las creencias que se han mantenido durante milenios.

Lee Smolin

### EL PARADIGMA ANALÓGICO

- 1** La ciencia moderna está fundada sobre un viejo paradigma presocrático, el paradigma analógico. Una concepción de la realidad basada en la idea del continuum. Es decir, en la idea de que todo lo que se puede dividir se puede dividir infinitamente.
- 2** Estando severamente limitada por su funcionalidad biológica, nuestra percepción sensorial del mundo es claramente continua. Un mundo espacialmente pixelado a escala celular, y no digamos a la escala de Planck, sería sensorialmente percibido como continuo. Con respecto al tiempo, la percepción de continuidad es aún más engañosa: dieciséis imágenes fijas por segundo son suficientes para producir la sensación de continuidad. Por estas razones, parece razonable pensar que esa sensación de continuidad está detrás de la larga tradición del paradigma analógico, y por tanto detrás de los modelos continuos de entidades físicas como la materia, la energía, la carga, el espacio o el tiempo.
- 3** El continuum, a su vez, no es una noción independiente. Es, por el contrario, una consecuencia formal de la hipótesis del infinito actual, otra invención presocrática. El Axioma del Infinito subsume esa

4 — Digital versus analógico

hipótesis y legitima la idea del continuum, la hipótesis de la infinita divisibilidad.

**4** Han sido necesarios más de veintisiete siglos para descubrir que las cosas no son lo que parecen, que solo percibimos una ridícula fracción de la realidad. Por estas razones y por la falta de experiencia y cultura científica al menos hasta la Revolución Científica, es muy improbable que las concepciones presocráticas de la realidad fueran acertadas. Ellos inauguraron la era científica, pero aún queda un largo camino que recorrer.

**5** El mundo científico, por otra parte, parece demasiado autoreverente, y ese exceso de autoreverencia (que se convierte en devoción religiosa en los casos de los grandes gurús de la ciencia), podría estar haciendo más difícil de lo necesario la tarea de avanzar en el conocimiento científico del mundo

**6** A principios del siglo XX (1900), Max Planck tuvo la idea de cambiar una integral por una suma discreta y finita para resolver la catástrofe del ultravioleta. Las consecuencias son bien conocidas, el nacimiento de la mecánica cuántica, la ciencia de mayor éxito creada por el hombre. Pero la mecánica cuántica, la ciencia de las entidades discretas, está construida con matemáticas indiscretas. Las matemáticas contemporáneas, incluyendo la física matemática, continua estando esencialmente basada en la idea del continuum. La teoría especial de la relatividad, por ejemplo, es una teoría físico-matemática del continuum espacio tiempo.

**7** Siempre hemos supuesto que cualquier cosa que se puede dividir, se puede dividir un número infinito de veces. Aunque las cosas que hemos sido capaces de dividir nunca se han dividido de esa manera. La materia ordinaria, las partículas elementales, la energía electromagnética, las cargas eléctricas y no eléctricas, son todas ellas de naturaleza discreta, con mínimos indivisibles. Solo quedan el espacio y el tiempo como posibles entidades infinitamente divisibles. Y la idea dominante es que de hecho son infinitamente divisibles. El resultado es lo que llamamos continuum espaciotiempo: entre dos puntos (instantes) cualesquiera siempre existen otros infinitos pun-

tos (instantes). Exactamente  $2^{\aleph_0}$ , una infinidad no numerable.

**8** Recordemos lo que asume cuando asumimos la hipótesis del infinito actual (Axioma del Infinito). Considérese la lista de los números naturales en su orden natural de precedencia: 1, 2, 3, . . . De acuerdo con la hipótesis del infinito actual esa lista existe como una *totalidad completa*, es decir como una totalidad que contiene en el acto a *todos* los números naturales. La lista ordenada de los números naturales existe como una totalidad completa a pesar de que no existe un último número que complete la lista. Los infinitistas modernos defienden que todos los números podría ser contados, incluso en un tiempo finito, realizando la siguiente supertarea:<sup>1</sup>

- Cuéntese cada número natural  $n$  en el preciso instante  $t_n$ , el  $n$ -ésimo instante de una sucesión  $\omega$ -ordenada de instantes  $\langle t_n \rangle_{n \in \mathbb{N}} = t_1, t_2, t_3, \dots$  pertenecientes al intervalo finito  $(t_a, t_b)$  y cuyo límite es precisamente  $t_b$ . Recuerde que en una sucesión  $\omega$ -ordenada (como la sucesión 1, 2, 3, . . .) existe un primer elemento y cada elemento tiene un sucesor inmediato y un predecesor inmediato, excepto el primero que no tiene predecesores.

**9** La alternativa a la hipótesis del infinito actual es la hipótesis del infinito potencial, que rechaza la posibilidad de contar todos los números naturales y por tanto la existencia de totalidades infinitas completas. Desde esta perspectiva, los números naturales resultan del proceso interminable de contar: siempre es posible contar números mayores que cualquier otro número dado. Pero es imposible completar el proceso de contar, de modo que la lista completa de números naturales no tiene sentido alguno.

**10** Nada en la historia de la ciencia puede ser comparado con la fecundidad del infinito actual como fuente de paradojas. A finales del siglo XIX una de esas paradojas sirvió para fundar las modernas matemáticas transfinitas [11]. Desde entonces el infinitismo mantiene una posición hegemónica, y prácticamente libre de crítica,

<sup>1</sup>Un resume de la noción de supertarea puede verse, por ejemplo en [15] Véase también la sección sobre la Lámpara de Thomson del Capítulo .

6 — Digital versus analógico

en las matemáticas contemporáneas. Pero, como no podía ser de otra manera, el infinito actual también puede ser cuestionado.<sup>2</sup>

**11** Además, el infinito actual no se lleva bien con la realidad. Ninguna cosa que podemos observar, medir o manipular es infinita. Ninguna. Y cuando el infinito aparece en las ecuaciones de la física, los físicos se ven obligados a eliminarlo de ellas debido a los problemas irresolubles a los que invariablemente conduce. Una eliminación que siempre requiere un gran esfuerzo, como en los casos de renormalización en física de partículas.<sup>3</sup> Y cuando la mecánica cuántica y la relatividad general tratan de encontrarse el infinito actual también aparece, haciendo imposible el encuentro [13, p. 73]:

La hipótesis del continuum en el espacio y el tiempo parece entonces que es la raíz de nuestros problemas con la gravedad cuántica.

**12** Resulta muy notable el hecho de que los físicos nunca cuestionen la consistencia formal del infinito actual, como si esa consistencia hubiese sido demostrada. Nada más lejos de la verdad, el infinito actual es solo una hipótesis. Autores de la talla intelectual de Brouwer, Poincaré or Wittgenstein, entre otros, la rechazaron. Pero, evidentemente, la única manera de liberar a las ciencias experimentales de la carga del infinito actual sería probar su inconsistencia formal.

**13** La inconsistencia del infinito actual tendría unas consecuencias enormes en todas las ciencias teóricas y experimentales, particularmente en la física. Una de ellas seguramente sería el reemplazo de nuestro paradigma analógico actual por una concepción digital de la realidad. Ese cambio de perspectiva sería tan intenso que podría conducir a una segunda revolución científica, incluso más drástica que la primera.

**14** En realidad, el cambio de paradigma ya está en marcha: la materia, la energía, las cargas eléctricas, . . . son todas ellas discontinuas.

<sup>2</sup>Véase [Infinity at stake](http://interciencia.es/infinity.html), <http://interciencia.es/infinity.html>.

<sup>3</sup>[6], [9], [7], [8].

Pero queda el paso más decisivo: probar la naturaleza discreta del espacio y del tiempo y desarrollar las matemáticas discretas apropiadas (las existentes se pueden considerar más bien como versiones aproximativas de las matemáticas del continuum).

### CELL AUTOMAT LIKE MODELS

**15** Después de dos siglos de análisis experimental todos los continuums, excepto el del espaciotiempo, han tenido que ser descartados ante la evidencia de los hechos: el mundo parece ser esencialmente discontinua, discreto, digital.

**16** La naturaleza discreta del espacio tiempo también ha sido propuesta en diferentes áreas de la física<sup>4</sup>, aunque los modelos propuestos se siguen construyendo en el marco de las matemáticas del continuum. Los autómatas celulares, por otra parte, también han sido propuestos para fundar una nueva ciencia [22], aunque hasta ahora la propuesta está casi vacía de contenido.

**17** Los modelos inspirados en los autómatas celulares (CALM, cell automata like model) tienen algunas características interesantes que podrían ser útiles para empezar la construcción de un nuevo paradigma digital:

1. El espacio está formado por unidades mínimas indivisibles.
2. Cada unidad de espacio (sit, space unit) puede tener un número suficientemente grande de estados diferentes.
3. Cada estado se define por un conjunto de variables (de estado).
4. El estado de cada sit se mantiene durante una mínima e indivisible unidad de tiempo (tit, time unit).
5. Todos los sits actualizan sincrónicamente su estado en cada uno de los sucesivos tits de acuerdo con ciertas leyes.
6. Todos los sits vibran (cambian su estado) de una forma sincronizada.

---

<sup>4</sup>[10], [8], [21], [5], [16], [3], [17], [19], [4], [12], [13].

**18** Piénsese por un momento en nuestro paradigma analógico contemporáneo: el estado de cada 'punto' en cada 'instante' también cambia de acuerdo con ciertas leyes, y es una consecuencia de su estado anterior. Además, y de acuerdo con la no localidad cuántica, los cambios a la escala cuántica también podrían ser sincrónicos. Así, desde ese punto de vista funcional, ambos modelos podrían ser más similares de lo esperado. En cualquier caso, los CALMs parecen ser más simples y menos extravagantes que algunas teorías cosmológicas contemporáneas.

\*\*\*\*\*

**19** Aunque que el objetivo de este trabajo no es proponer una opción detallada y particular de CALM, conviene proponer, al menos en términos informales, algunas definiciones y características de este tipo de modelos con la intención de poder seguir discutiendo sobre algunos de sus aspectos cinemáticos. Nos bastará con los siguientes:

**Movimiento:** *Un objeto se mueve si ocupa sítos contiguos en sucesivos títis (la sucesividad de los títis no tiene que ser inmediata).*

**Velocidad:** *La velocidad  $s/t$  de un objeto es el número de sítis ( $s$ ) que el objeto atraviesa durante un cierto número de títis inmediatamente sucesivos, siendo siempre  $s \leq t$ .*

**20** Es muy destacable el hecho de que desde el punto de vista cinemático de un CALM, lo que importa es el número de sítis atravesados en un cierto número de títis, no la forma particular o la extensión de los sítis. Y no solo desde una perspectiva cinemática, quizás también sea relevante desde el punto de vista geométrico. Un espacio discreto no es una cuadrícula sobreimpuesta al continuum<sup>5</sup> sino un espacio compuesto de unidades discretas indivisibles, de modo que es el número de tales unidades lo que realmente *cuenta*. Por el contrario, lo que cuenta en el continuum es la extensión continua de las

<sup>5</sup>Como, por ejemplo es el caso de [20].

cosas. Si los números reales son necesarios para representar esas extensiones infinitamente densas, los números racionales serían suficientes en el caso del discreto mundo de los CALMs.

**21** Un punto destacable es que en un espacio discreto nada puede ser menor que un sit. Por lo tanto, un sit no puede estar hecho de otros componentes, no puede tener estructura interna ya que los correspondientes elementos estructurales necesariamente habrían de tener un tamaño menor que un sit. Un sit es la unidad indivisible y elemental de espacio y por tanto una unidad que define el tamaño mínimo de cualquier otro componente elemental de cualquier objeto físico.

**22** En un autómata celular un objeto es un conjunto de células que mantiene su forma (estática o dinámica). Es decir, un conjunto de células cuyos estados evolucionaron de forma sincronizada. Los objetos se definen, por tanto, en términos de formas sincronizadas de evolución, donde evolución significa cambios en el estado de las correspondiente células a lo largo de las sucesivas generaciones del autómata celular. ¿En un espacio-tiempo discreto, podrían los objetos físicos definirse también en términos de formas sincronizadas de evolución de conjuntos de sits a lo largo de los sucesivos tits?

#### TEOREMA DIGITAL DE PITÁGORAS

**23** En el capítulo siguiente tendremos la oportunidad de reinterpretar la transformación de Lorentz como un operador que transforma la geometría continua en geometría discontinua y viceversa. Evidentemente, en esas condiciones la teoría especial de la relatividad se podría reinterpretar también en el mismo sentido. Las contracciones de longitud y las dilataciones del tiempo, que parecen no tener una explicación física, podrían ser la consecuencia de expresar la naturaleza discreta del mundo con un instrumental matemático indiscreto. La clave de esa reinterpretación será la siguiente versión discreta del teorema de Pitágoras.

**24** Puesto que cada sit se actualiza en cada tit sucesivo, existe

una velocidad máxima para la propagación de los cambios: un sit por tit. Así, como ya se ha indicado, desde el punto de vista “cinemático”, lo que es relevante es el número de sits “atravesados” en un cierto número de tits. Por esa razón sugeriremos ahora una versión numérica del teorema de Pitágoras basada exclusivamente en el número de sits de los lados de un triángulo rectángulo.

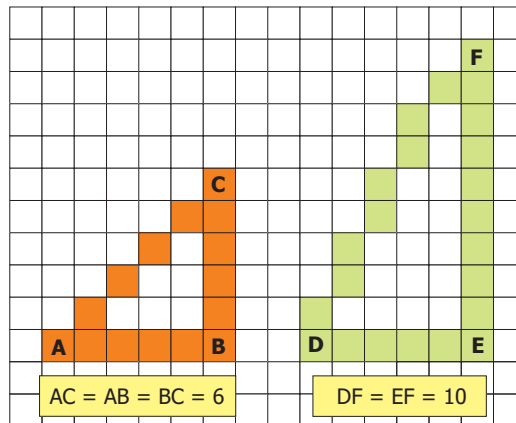


Figure 1.1: Un ejemplo elemental de CALM. Nótese que en cada triángulo rectángulo la hipotenusa tiene el mismo número de sits que el mayor de los catetos.

**25** Sin entrar en detalles, supongamos que los dos triángulos dibujados en la figura 1.1 son rectángulos en la geometría de un CALM bidimensional. Un simple recuento<sup>6</sup> prueba que la hipotenusa y el mayor de los catetos tienen el mismo número de sits. Así, y siendo el número de sits la magnitud relevante, podemos establecer la siguiente versión digital del teorema de Pitágoras (d-teorema de Pitágoras a partir de ahora):

*d-Teorema de Pitágoras.*-En la geometría discreta de un CALM la hipotenusa de un triángulo rectángulo tiene el mismo número de sits que el mayor de sus catetos.

<sup>6</sup>Aunque no la desarrollaremos aquí, también es posible una prueba formal del teorema.

Como veremos inmediatamente el teorema digital de Pitágoras se podría utilizar para comprobar la naturaleza discreta del espaciotiempo.

**26** La siguiente propuesta experimental es sólo una idea teórica seguramente inaplicable en el mundo real. Por supuesto, ignoramos si los CALMs son modelos apropiados para representar el mundo físico. Simplemente estamos sugiriendo la conveniencia de comenzar a explorar las posibilidades de un paradigma digital para explicar el mundo físico en términos discretos. Se trata, pues, de una simple especulación teórica que ilustra una nueva forma de concebir experimentos.<sup>7</sup>

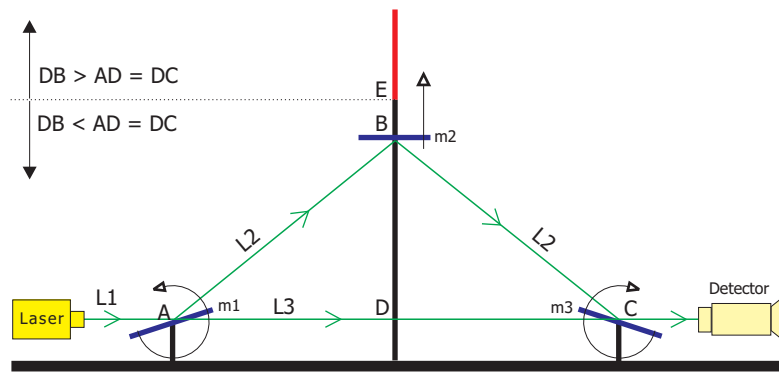


Figure 1.2: Representación esquemática de un interferómetro para poner a prueba la naturaleza digital del espaciotiempo.

**27** A título de ilustración, considérese el interferómetro de la Figura 1.2. El espejo semiplataado  $m1$  divide el rayo láser  $L1$  en el rayo  $L2$  (que se mueve hacia el espejo  $m2$ ) y en el rayo  $L3$  (que se mueve hacia el espejo  $m3$ ). El rayo  $L2$  es reflejado por el espejo  $m2$  hacia el espejo  $m3$ , donde es de nuevo reflejado en la misma dirección que  $L3$ , con el cual interfiere. La interferencia se analiza en el detector apropiado. Los espejos  $m1$  y  $m3$  pueden girar de manera sincronizada y en direcciones opuestas, mientras que el espejo  $m2$  puede subir y

<sup>7</sup>Mientras se escriben estas páginas un experimento que se está desarrollando cerca de Chicago intentará demostrar, entre otras cosas, la naturaleza discreta de espacio-tiempo [14].

12 — Digital versus analógico

bajar de modo que  $L2$  se encuentre con  $L3$  en el mismo lugar de  $m3$ . Los catetos  $AD$  y  $DC$  de los triángulos rectángulos  $ADB$  y  $DBC$  tienen siempre la misma longitud, pero el cateto común  $DB$  cambia a medida que el espejo  $m2$  sube o baja.

**28** De acuerdo con el teorema digital de Pitágoras, mientras  $B$  se encuentre por debajo de  $E$  se verificará  $AB = AD = BC = DC$ . Así, podríamos mover  $m2$  hacia arriba y hacia abajo y observar el mismo patrón de interferencia, siempre que  $B$  permanezca por debajo de  $E$ . En estas condiciones,  $L2$  y  $L3$  atraviesan el mismo número de sítos. Por el contrario, si  $B$  se mueve por encima de  $E$  se verificará  $AB = DB > AD$ ;  $BC = DB > DC$  y se observará un patrón diferente de interferencias porque en este caso el número de sítos que atraviesa  $L2$  se incrementa a medida que crece  $DB$ , mientras que el número de sítos atravesados por  $L3$  permanece constante. En resumen, la naturaleza discreta del espaciotiempo quedaría experimentalmente demostrada si se observaran dos patrones de interferencias: uno cuando  $m2$  se mueve por debajo de  $E$ ; el otro cuando lo hace por encima de  $E$ .

¿POR QUÉ UN PARADIGMA DIGITAL?

**29** El cambio de paradigma que estamos proponiendo aquí es de hecho un cambio en las concepciones del espacio y del tiempo. Y la principal razón para proponer dicho cambio es la posible inconsistencia formal de la hipótesis de infinito actual en la que se basa la idea del espaciotiempo continuo. Pero como veremos en esta sección, hay algunas otras razones adicionales. Estas razones adicionales deberían ser suficiente para analizar la conveniencia de la propuesta, incluso si la hipótesis del infinito actual fuera consistente, lo que, en mi opinión, no es el caso.

**30** Con respecto a la estructura del espaciotiempo, la diferencia principal entre los modelos digital y analógico es la falta de sucesividad en los puntos e instantes en el continuum del modelo analógico: siendo densamente ordenado, ningún punto del continuum tiene un sucesor inmediato. Cada punto del continuum espacio-tiempo tiene

una infinidad no numerable de sucesores, pero ninguno de ellos le sucede en la misma forma que el número cuatro sucede al número tres en la lista ordenada de los números naturales.

**31** En los CALMs, por el contrario, la sucesividad es una característica bien definida del espacio y el tiempo: en cualquier dirección espacial cada *tit* tiene un sucesor inmediato (su vecino adyacente en esa dirección); y cada *tit* es inmediatamente sucedido por otro *tit* de idéntica duración, de tal modo que entre dos *tits* sucesivos no transcurre ningún tiempo.

**32** Como se prueba en el Apéndice ??, la sucesividad espaciotemporal es necesaria para resolver el problema del cambio. Y, aunque los físicos parecen haber olvidado ese problema fundamental, la naturaleza nunca será explicada en términos consistentes sin haber resuelto antes el problema del cambio.

**33** Además, puntos e instantes parecen ser nociones indefinibles (al menos en el escenario platónico del paradigma analógico) y en consecuencia desprovistos de todo significado físico.

**34** Parece razonable que la ciencia considere todas las alternativas a la hora de explicar el mundo. Aunque también parece razonable esperar muchas dificultades para cambiar el curso de una corriente de pensamiento bien establecida, como lo es la del paradigma analógico, que ha sido el paradigma exclusivo en los últimos veintisiete siglos.

**35** Como sabemos, los ordenadores pueden producir una variedad ilimitada de mundos virtuales, pero todos ellos han de ser discretos, 'pixelados'. Los ordenadores no pueden producir ni simular mundos virtuales de naturaleza analógica (las simulaciones estarán siempre truncadas). Esta podría ser una restricción significativa. Por una parte, podría explicar por qué el dilema analógico-virtual no se planteó hasta después del desarrollo de las ciencias de la computación. Por la otra, plantean la cuestión sobre si solo es posible crear mundos digitales, virtuales o no.

**36** En cualquier caso, podría ser interesante terminar esta sección enumerando algunas de las características más relevantes (al menos

en apariencia) de un CALM:

1. El infinito actual no es necesario.<sup>8</sup>
2. El problema del cambio queda finalmente resuelto (Apéndice ??).
3. La regresión infinita de argumentos [2], una insuperable barrera en todas las áreas del conocimiento humano, podría ser también finalmente explicada (aunque no superada).
4. Al contrario que los puntos e instantes del continuum, los sits y los tits sí tienen significado físico.
5. Un CALM es mucho más sencillo que un modelo continuo: mientras entre dos puntos del continuum espaciotiempo existen otros infinitos puntos (exactamente  $2^{\aleph_0}$ ), el número total de sits del universo visible sería finito ( $\approx 2.66 \times 10^{185}$  si fueran cubos de un volumen de Planck).
6. En los modelos analógicos de la naturaleza, la extensión y la forma pierden su significado físico a la escala de las partículas elementales, ese significado se podría encontrar en el espaciotiempo discreto de un CALM.
7. Puesto que cada uno de las variables que definen el estado de un sit se actualiza en cada sucesivo tit, los sits pueden vibrar en múltiples formas. Un pequeño número de sits podría ser suficiente para definir objetos elementales como las supercuerdas o las partículas atómicas.
8. Desde la perspectiva de la teoría de las supercuerdas, si un sit, o un pequeño número de ellos, son suficientes para definir un gran número de modos diferentes de vibración, entonces las dimensiones extras de la teoría de cuerdas podrían ser innecesarias.
9. Nothing can last a time less than one tit. The maximum speed in a CALM is therefore one sit per tit. That could be the speed of light in the vacuum, although not necessarily. Particles faster than light could exist in a CALM if the speed of light is less than one sit per tit.

---

<sup>8</sup>El infinito podría ser inconsistente (Apéndice 1).

10. Nada puede durar menos que un tit. La velocidad máxima en CALM es por lo tanto, un sit por tit. Esa podría ser la velocidad de la luz en el vacío, aunque no necesariamente. Partículas más rápidas que la luz podrían existir en un CALM, si la velocidad de la luz es menor que un sit por tit.
11. La velocidad de la luz, y la de cualquier otro objeto físico, no depende del movimiento relativo del observador que realiza la medida: cualquiera que sea el número de sits que atraviesa un objeto en un número dado de tits, tanto el número como los sits particulares que el objeto atraviesa serán los mismos para todos los observadores.
12. El movimiento, y las leyes físicas, no tienen por qué ser referidas a sistemas abstractos de referencia sino a la trama de sits de un CALM. Motion, and then physical laws, have not to be referred to abstract reference frames but to the actual fabric of sits of a CALM.
13. La teoría especial de la relatividad podría ser reinterpretada haciendo innecesarios algunos de sus inconvenientes. Este libro trata sobre algunas de esas inconveniencias.
14. La sincronidad, una de los atributos más universales de la naturaleza (desde los átomos a los organismos), y la fuente principal de su capacidad auto-organizadora [18], puede ser fácilmente explicada desde la perspectiva de los CALMs.
15. El entrelazamiento de espacio y tiempo encuentra una explicación natural dentro de la lógica del funcionamiento de los CALMs.
16. La flecha irreversible del tiempo, enigmática desde una perspectiva de continuo espacio-tiempo, es explicada de forma natural en un CALM.
17. El resbaladizo concepto *now* tendría también una explicación sencilla en términos de un CALM.
18. El espacio, esa entidad física en la que tiene lugar una incesante actividad cuántica, podría ser mejor explicada en un CALM de lo que lo es en el continuo espacio-tiempo.
19. La no localidad cuántica podría ser una consecuencia del fun-

cionamiento sincronizado de los CALMs.

20. El potencial de Bohm, la onda piloto y otros conceptos cuánticos relacionados podrían también encontrar una solución sencilla en el marco de los CALMs.
21. El papel y el lugar de la información en el mundo físico podrían ser también explicadas en términos de modelos como los CALMs.
22. Aunque la mecánica cuántica parece ser completa, el continuum espaciotiempo que utiliza podría no ser apropiado. Si ese fuera el caso las teorías realistas (y el sentido común en la ciencia) podrían recuperar su perdida validez.
23. Observadores, instrumentos y objetos observados formarían parte, todos ellos, del mismo CALM. Sus mutuas interacciones actuales determinarían su futuro irreversible.
24. La teoría general de la relatividad y la mecánica cuántica tendrían una nueva (y discreta) oportunidad de encuentro [1].

Aunque, es razonable sospechar, las consecuencias más interesantes de los paradigmas discretos como los CALMs están aún por descubrir.

**37** En los capítulos que siguen haremos uso de la teoría especial de la relatividad para analizar la conveniencia de reemplazar el paradigma analógico por el digital. Veremos que, en efecto, algunos efectos relativistas como las contracciones de longitudes, las dilataciones del tiempo y las diferencias de fase en la sincronización a causa del movimiento relativo podrían estar indicando la naturaleza discreta del espacio y del tiempo. Esos enigmáticos efectos podrían ser la consecuencia de ignorar la discreción de la naturaleza, de forzar una explicación indiscreta de lo que simplemente es un mundo discreto. Quizás deberíamos dejar que la navaja de Ockham empezara a hacer su trabajo.

## Bibliography

- [1] Jan Ambjorn, Jerzy Jurkiewicz, and Renate Loll, *El universo cuántico autoorganizado*, Investigación y Ciencia **384** (2008), 20–27.
- [2] Aristóteles, *Tratados de lógica*, Editorial Gredos, Madrid, 1988.
- [3] John Baez, *The Quantum of Area?*, Nature **421** (2003), 702 – 703.
- [4] Jacob D. Bekenstein, *La información en un universo holográfico*, Investigación y Ciencia (2003), no. 325, 36 – 43.
- [5] José L. Fernández Barbón, *Geometría no conmutativa y espaciotiempo cuántico.*, Investigación y Ciencia (2005), no. 342, 60–69.
- [6] Richard Feynman, *Superstrings: A Theory of Everything?*, Superstrings: A Theory of Everything? (Paul Davis and Julian Brown, eds.), Cambridge University Press, Cambridge, 1988.
- [7] Brian Green, *El universo elegante*, Editorial Crítica, Barcelona, 2001.
- [8] \_\_\_\_\_, *The Fabric of the Cosmos. Space. Time. And the Texture of Reality*, Alfred A. Knopf, New York, 2004.
- [9] Gerard't Hooft, *Partículas elementales*, Crítica, Barcelona, 1991.
- [10] Max Jammer, *Concepts of Space: The History of Theories of Space In Physics*, Dover Publications Inc, New York, 1993.
- [11] Antonio Leon, *Infinity at stake*, Bubok, Madrid, 2012.
- [12] Seth Lloyd and Y. Jack Ng, *Computación en agujeros negros*, Investigación y Ciencia (Scientific American) (2005), no. 340, 59 – 67.
- [13] Shahn Majid, *Quantum space time and physical reality*, On Space and Time (Shahn Majid, ed.), Cambridge University Press, New York, 2008.

18 — Digital versus analógico

- [14] Michael Moyer, *Is space digital?*, Scientific American **February** (2012), 21–26.
- [15] Jon Pérez Laraudogoitia, *Supertasks*, The Stanford Encyclopaedia of Philosophy (E. N. Zalta, ed.), Stanford University, URL = <http://plato.stanford.edu>, 2001.
- [16] Lee Smolin, *Three roads to quantum gravity. A new understanding of space, time and the universe*, Phoenix, London, 2003.
- [17] Lee Smolin, *átomos del espacio y del tiempo*, Investigación y Ciencia (Scientific American) (2004), no. 330, 58 – 67.
- [18] Steven Strogatz, *Sync. the emerging science of spontaneous order*, Penguin Books, London, 2004.
- [19] Leonard Susskind, *Los agujeros negros y la paradoja de la información*, Investigación y Ciencia (Scientific American) (1997), no. 249, 12 – 18.
- [20] Jean Paul Van Bendegem, *Finitism in geometry*, The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Edward N. Zalta, ed.), Stanford University, spring 2010 ed., 2010.
- [21] Gabriele Veneziano, *El universo antes de la Gran Explosión*, Investigación y Ciencia (Scientific American) (2004), no. 334, 58 – 67.
- [22] S. Wolfram, *A New Kind of Science*, Wolfram Media Inc, Champaign IL, 2002.